

INTRODUCCIÓN A LAS CIENCIAS DE LA INGENIERÍA - CURSO CERO
Asignatura: MATEMÁTICAS.

HOJA 1: Ecuaciones y Sistemas de Ecuaciones. Fracciones algebraicas. Algunas cuestiones sobre Trigonometría.

1. Cálculo Operacional

1.1 Calcula simplificando al máximo los resultados:

a) $(-2 - (-\frac{1}{2})^{-3})^{-2}$ b) $\frac{(a \cdot b)^2 \cdot (a^{-3} \cdot b^3)^3}{(a \cdot b^2 \cdot c^3)^{-5}}$

c) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt[3]{2^2}} : \sqrt[3]{\sqrt{2}}$ d) $5\sqrt{12} + \sqrt{27} - 8\sqrt{75} + \sqrt{45}$

1.2 Racionaliza las siguientes expresiones:

a) $\frac{3 - 2\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ b) $\frac{\sqrt[3]{2} - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 2}$

1.3 Calcula:

a) $\log_2 32$ b) $\log_{\sqrt{3}} \frac{1}{9}$ c) $(3^{\log_2 4}) : \log_8 2$

2. Ecuaciones y Sistemas de Ecuaciones.

2.1 Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{x-1}{3} + \frac{1+x}{2} = \frac{8x-1}{4} - \frac{2-x}{6}$ b) $(x-3)(x-1)(x^2-2) = 0$

c) $x^2 + 9x + 20 = 0$ d) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

e) $x^3 - 9x^2 = 15 - 23x$ f) $250 \frac{x+88}{x-88} = 294$

g) $\frac{3x}{x^2-9} = \frac{5}{x-3}$ h) $\sqrt{7-3x} + 1 = x$

i) $|x-4| = 3$ j) $3|5-4x| = 9$

2.2 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} x^2 - y = 5 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y + z = 5 \\ 2x + 3y = 1 \\ y + z = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ x^2 - y^2 = 8 \end{cases}$

e) $\begin{cases} \frac{x-y}{2} + \frac{y+1}{4} = 1 \\ \frac{2x-1}{2} - \frac{2y+1}{6} = 1 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 3x - 5y = 5 \\ 2x + y = 12 \end{cases}$

3. Fracciones Algebraicas.

3.1 Simplifica las siguientes expresiones:

a) $\frac{(x-2)^2}{x^2-4}$ b) $\frac{x^3+27}{9-x^2}$ c) $\frac{x^3-5x^2+6x}{x^3-x^2-2x}$

3.2 Descomponer en suma de fracciones simples las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{x-2}{x^2-1}$ b) $\frac{2x+1}{x^2+3x}$ c) $\frac{-x+1}{x^2+3x+1}$ d) $\frac{8x-1}{x^2-x-2}$

3.3 Efectúa las siguientes operaciones simplificando el resultado:

a) $\left(\frac{x-y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y}\right) \left(\frac{x^2+y^2}{2xy} + 1\right) \frac{xy}{x^2+y^2}$ b) $\frac{1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}{x+3 + \frac{2}{x}} - \frac{x - \frac{1}{x}}{1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}$

c) $\frac{\frac{x-y}{x+y} - \frac{x+y}{x-y}}{1 - \frac{x^2-xy-y^2}{x^2-y^2}}$ d) $\frac{\frac{x}{x+1} - \frac{x^2}{x^2-1}}{1 + \frac{1}{x-1}}$

4. Algunas cuestiones sobre Trigonometría.

4.1 a) ¿Cuántos radianes mide cada uno de los tres ángulos de un triángulo rectángulo si uno de los ángulos agudos mide $36^\circ 47'$?

b) ¿Cuántos grados mide cada uno de los ángulos de un triángulo isósceles si un ángulo mide $\frac{\pi}{6}$ radianes?

4.2 Calcula los siguientes valores, reduciendo previamente los ángulos.

a) $\sin 1110^\circ$ b) $\cos 480^\circ$ c) $\tan 900^\circ$ d) $\cot 1140^\circ$

4.3 Sin calcular los ángulos α , β , γ y δ , halla los valores de las restantes funciones trigonométricas de los mismos sabiendo que:

a) $\sin \alpha = \frac{3}{4}$; (α en el segundo cuadrante); b) $\cos \gamma = \frac{2}{3}$; (γ en el cuarto cuadrante);

c) $\tan \beta = 2$; (β en el tercer cuadrante); d) $\cot \delta = \sqrt{2}$; (δ en el primer cuadrante):

4.4 Halla el valor numérico de la expresión $\frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\cot \frac{\pi}{3}} + \frac{1}{1 + \tan^2 \frac{\pi}{4}} - 1$, sin usar la calculadora.

4.5 Comprueba las siguientes identidades trigonométricas:

a) $\sin^2 \alpha + 1 = 2 - \cos^2 \alpha$ b) $\sec \alpha - \cos \alpha = \tan \alpha \sin \alpha$ c) $\tan^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \tan^2 \alpha \sin^2 \alpha$

4.6 Halla en función de los senos y cosenos de x , y y z

a) $\sin(x+y+z)$ b) $\cos(x+y+z)$

4.7 Obtén las fórmulas, en función de $\sin x$ y $\cos x$, para expresar:

a) $\sin(3x)$ b) $\cos(3x)$